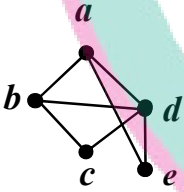
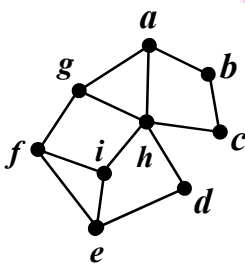


سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۲۸	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۱		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
------	---	------

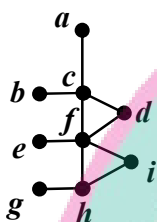
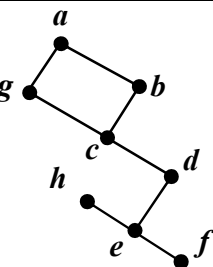
۱	<p>درست یا نادرست بودن جملات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر $a b$ و $a \neq 0$، در این صورت $a > b$.</p> <p>ب) برای دو عدد صحیح و ناصفر a و b اگر $(a c, b c)$ و $(\forall m > 0, a m, b m \Rightarrow c \leq m)$ آن گاه $[a, b] = c$.</p> <p>پ) برای هر دو عدد صحیح a و b و عدد طبیعی m، اگر باقی مانده تقسیم a بر m مساوی r باشد، در این صورت $a \equiv r^m$.</p> <p>ت) بزرگترین مقسوم علیه مشترک دو عدد ۴ و ۲ برابر ۲- است.</p>	۱
۲	ثابت کنید برای هر عدد طبیعی زوج n ، $n^2 - 5n + 7$ عددی فرد است.	۱
۳	اگر عددی مانند k در Z باشد، به طوری که $5 4k+1$ ، ثابت کنید $25 16k^2 + 28k + 6$.	۰/۷۵
۴	باقی مانده تقسیم عدد $A = 27^{20} + 18$ را بر ۱۳ بیابید.	۱
۵	اگر در یک سال، اول مهر شنبه باشد، در این صورت ۱۲ بهمن در همان سال چه روزی است؟	۱/۲۵
۶	<p>جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب پر کنید.</p> <p>الف) اگر درجه یک رأس فرد باشد، آن را رأس می نامیم.</p> <p>ب) گرافی را که تمام رئوس آن تنها باشد، هیچ یالی نداشته باشد، گراف می نامیم.</p> <p>پ) تعداد یال های گراف K_4، برابر با است.</p> <p>ت) گراف G را می نامیم هرگاه بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد.</p>	۱
۷	<p>به سؤالات زیر کوتاه پاسخ دهید.</p> <p>الف) گراف C_7 را رسم کنید. سپس یک مسیر به طول ۵ بنویسید.</p> <p>ب) در گراف شکل زیر، $N_G(c)$ را با اعضا مشخص کنید.</p>	۱
		
۸	<p>الف) مجموعه احاطه گر مینیمال را تعریف کنید.</p> <p>ب) برای گراف شکل روبه رو، یک مجموعه احاطه گر با ۴ عضو انتخاب کنید.</p>	۱/۲۵
		

ادامه سؤالات در صفحه دوم

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۲۸	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۱		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
------	---	------

۹	عدد احاطه‌گری گراف شکل مقابل را با ارائه راه حل، تعیین کنید.	۱/۲۵
۱۰	ابتدا گراف P_4 را رسم کنید. سپس یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم از آن را مشخص کنید.	۱
۱۱	گراف شکل مقابل را در نظر بگیرید. الف) یک γ -مجموعه مشخص کنید. ب) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال با ۴ عضو بنویسید.	۱/۵
۱۲	۶ کتاب متفاوت تاریخ و ۵ کتاب متفاوت ادبیات را به چند طریق می‌توان در یک ردیف کنار هم چید به طوری که: الف) کتاب‌های تاریخ همواره کنار هم باشند. ب) به صورت یک در میان قرار بگیرند.	۱
۱۳	با ارقام ۱، ۱، ۱، ۳، ۳، ۳، ۵، ۶، ۷، ۹ چند عدد ۹ رقمی می‌توان نوشت؟	۱
۱۴	معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 12$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد به شرط آن که $x_3 = 4$ و $x_5 > 2$ باشد؟	۱/۵
۱۵	الف) مربع لاتین A را در نظر بگیرید. با اعمال جایگشت $1 \rightarrow 3$ $2 \rightarrow 2$ $3 \rightarrow 4$ $4 \rightarrow 1$ مربع لاتین B را به دست آورید. ب) آیا دو مربع لاتین A و B متعامدند؟ دلیل بیاورید.	۲
۱۶	به چند طریق می‌توان ۵ سیب را بین ۳ نفر توزیع کرد، به طوری که هر نفر حداقل یک سیب داشته باشد؟	۱/۲۵
۱۷	ثابت کنید اگر در یک دبیرستان حداقل ۵۰۵ دانش‌آموز مشغول تحصیل باشند، لاقلاً ۷ نفر از آن‌ها روز هفته و ماه تولدشان یکسان است.	۱/۲۵
	"موفق باشید"	جمع نمره ۲۰



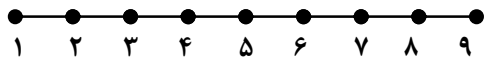
$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۲۸	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۱		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره														
۱	الف) نادرست (۰/۲۵) (ویژگی ۴ صفحه ۱۱) پ) درست (۰/۲۵) (تذکر مهم صفحه ۲۱)	ب) درست (۰/۲۵) (تعریف ک.م.م صفحه ۱۳) ت) نادرست (۰/۲۵) (مثال صفحه ۱۳)														
۲	(مثال صفحه ۴)	$n = 2k \Rightarrow n^2 - 5n + 7 = \underbrace{4k^2 - 10k + 6 + 1}_{(0/5)} = \underbrace{2(2k^2 - 5k + 3) + 1}_{(0/25)} = \underbrace{2q + 1}_{(0/25)}$														
۳	(سوال ۴ صفحه ۱۶)	$\begin{aligned} 5 4k+1 &\Rightarrow 25 16k^2 + 8k + 1 \quad (0/25) \quad \xrightarrow{+} \quad 25 16k^2 + 28k + 6 \quad (0/25) \\ 5 4k+1 &\Rightarrow 25 20k + 5 \quad (0/25) \end{aligned}$														
۴	(مشابه مثال صفحه ۲۱)	$\begin{aligned} 27 &= 13 \times 2 + 1 \Rightarrow 27 \equiv 1 \pmod{13} \Rightarrow (27)^{13} \equiv 1 \pmod{13} \quad (0/25), \quad 18 = 13 \times 1 + 5, \quad 18 \equiv 5 \pmod{13} \quad (0/25) \\ &\Rightarrow (27)^{20} + 18 \equiv 1 + 5 \pmod{13} \Rightarrow r = 6 \quad (0/25) \end{aligned}$														
۵	فاصله امهر تا ۱۲ بهمن برابر است با: ۲۹ روز در مهر ماه و سه ماه آبان، آذر و دی و ۱۲ روز تا ۱۲ بهمن، یعنی ۱۳۱ = ۱۲ + ۳ × ۳۰ + ۲۹. از طرفی ۱۳۱ = ۵ × ۲۶ + ۱. بنابراین طبق جدول زیر ۱۲ بهمن پنجشنبه است. (۰/۲۵)	<table border="1"> <tr> <td>ش</td> <td>ی</td> <td>د</td> <td>س</td> <td>چ</td> <td>پ</td> <td>ج</td> </tr> <tr> <td>۰</td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>۳</td> <td>۴</td> <td>۵</td> <td>۶</td> </tr> </table> <p>(قسمت ۱ فعالیت صفحه ۲۴)</p>	ش	ی	د	س	چ	پ	ج	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶
ش	ی	د	س	چ	پ	ج										
۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶										
۶	الف) فرد (۰/۲۵) (درجه یک رأس صفحه ۳۵) پ) ۶ (۰/۲۵) (مشابه کار در کلاس صفحه ۴۰)	ب) تهی (۰/۲۵) (تعریف گراف تهی صفحه ۳۵) ت) همبند (۰/۲۵) (تعریف همبندی صفحه ۳۹)														
۷	الف) رسم گراف (۰/۲۵). مسیر: $abcdef$ (۰/۲۵) (به سایر مسیرهای درست، نمره داده شود).	تعریف مسیر و گراف C_n (صفحه ۳۸)														
	ب) $N_G(c) = \{b, d\}$ (۰/۵) (مشابه مثال صفحه ۳۶)															
۸	الف) یک مجموعه احاطه گر را که با حذف هر یک از رئوس آن دیگر احاطه گر نباشد را احاطه گر مینیمال می نامیم. (۰/۷۵) ب) $D = \{h, b, i, a\}$ (به سایر مجموعه های احاطه گر صحیح، نمره داده شود). (۰/۵) (مشابه مثال صفحه ۴۵)	تعریف صفحه ۴۶														
۹	برای احاطه کردن رئوس a, b, c, d, g حداقل دو تا از آن ها باید در مجموعه احاطه گر باشند، زیرا $\left\lfloor \frac{5}{3+1} \right\rfloor = 2$ (۰/۲۵). برای احاطه کردن رئوس e, f, h حداقل یکی از آن ها باید انتخاب شوند، زیرا، $\left\lfloor \frac{3}{3+1} \right\rfloor = 1$ (۰/۲۵). بنابراین حداقل سه رأس باید در هر مجموعه احاطه گری از گراف باشد یعنی $\gamma(G) \geq 3$. (۰/۲۵). مجموعه احاطه گر است. لذا $\gamma(G) \leq 3$ (۰/۲۵). بنابراین $\gamma(G) = 3$. (۰/۲۵). (فعالیت صفحه ۵۰)															

ادامه پاسخها در صفحه دوم

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۲۸	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۱		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره																																
۱۰	رسم گراف (۰/۵). P_n صفحه ۳۸ و مشابه مثال صفحه ۵۱)  $D = \{2, 5, 8\}$	۱																																
۱۱	الف) $D = \{h, c, e\}$ (۰/۵) ب) $D = \{g, c, i, e\}$ (۱) (در صورت ارائه مجموعه های مشابه با این ویژگی های نمره داده شود.)	۱/۵																																
۱۲	الف) $6! \times 6!$ (۰/۵) ب) $6! \times 5!$ (۰/۵)	۱																																
۱۳	الف) $\frac{9!}{3! \times 2!}$ (۱)	۱																																
۱۴	تمرین ۹ صفحه ۷۱) $x_7 = 4, x_8 \geq 3 \Rightarrow x_8 = y_8 + 3$ (۰/۵) $x_1 + x_7 + 4 + x_8 + 3 + y_8 + x_9 = 12$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x_1 + x_7 + x_8 + y_8 + x_9 = 5$ (۰/۲۵) $\Rightarrow C = \binom{9}{4}$ (۰/۵)	۱/۵																																
۱۵	الف) (۰/۷۵) $B =$ <table border="1" data-bbox="1003 1123 1258 1318"> <tr><td>۴</td><td>۱</td><td>۳</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td><td>۴</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۲</td><td>۴</td><td>۱</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۴</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> </table> ب) (۰/۷۵) <table border="1" data-bbox="435 1123 690 1318"> <tr><td>۳۴</td><td>۴۱</td><td>۱۳</td><td>۲۲</td></tr> <tr><td>۲۲</td><td>۱۳</td><td>۴۱</td><td>۳۴</td></tr> <tr><td>۱۳</td><td>۲۲</td><td>۳۴</td><td>۴۱</td></tr> <tr><td>۴۱</td><td>۳۴</td><td>۲۲</td><td>۱۳</td></tr> </table> (مشابه کار در کلاس صفحه ۶۴) متعامد نیستند. (۰/۲۵) زیرا در مربع بالا عدد دو رقمی تکراری داریم. (۰/۲۵) (مفهوم متعامد بودن صفحه ۶۴)	۴	۱	۳	۲	۲	۳	۱	۴	۳	۲	۴	۱	۱	۴	۲	۳	۳۴	۴۱	۱۳	۲۲	۲۲	۱۳	۴۱	۳۴	۱۳	۲۲	۳۴	۴۱	۴۱	۳۴	۲۲	۱۳	۲
۴	۱	۳	۲																															
۲	۳	۱	۴																															
۳	۲	۴	۱																															
۱	۴	۲	۳																															
۳۴	۴۱	۱۳	۲۲																															
۲۲	۱۳	۴۱	۳۴																															
۱۳	۲۲	۳۴	۴۱																															
۴۱	۳۴	۲۲	۱۳																															
۱۶	این سوال معادل با پیدا کردن تعداد توابع پوشایی است که از مجموعه ۵ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی می توان نوشت. $\binom{5}{3} - (\binom{3 \times 3}{3} - \binom{3}{3}) = 243 - 93 = 150$ (۰/۵) (مشابه مثال صفحه ۷۸)	۱/۲۵																																
۱۷	تعداد کبوترها = ۵۰۵ (۰/۲۵) و تعداد لانه ها = تعداد روزهای هفته \times تعداد ماه های سال. $n = 7 \times 12 = 84$ (۰/۲۵) طبق تعمیم اصل لانه کبوتری: $kn + 1 \xrightarrow{n=84} 505 = k \times 84 + 1 \Rightarrow k = 6$ (۰/۲۵) $\Rightarrow k + 1 = 7$ (۰/۲۵) در این صورت لانه ای وجود دارد که لاقل ۷ کبوتر در آن قرار می گیرند. یعنی حداقل ۷ نفر از دانش آموزان روز هفته و ماه تولدشان یکسان است. (۰/۲۵) (سوال ۹ صفحه ۸۳)	۱/۲۵																																
۲۰	جمع نمره																																	

«همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»